Ivica Martinović

Boškovićev prijepor o jednostavnosti pravca iz 1747. godine: izrečeni i prešućeni argumenti

Bošković' s controversy on the simplicity of straight line in 1747: uttered and omited arguments (reasons)

Posebni otisak/Off-print

Vrela i prinosi/Fontes et studia 16:167-179

Ivica Martinović

BOŠKOVIĆEV PRIJEPOR O JEDNOSTAVNOSTI PRAVCA IZ GOD. 1747.: IZREČENI I PREŠUĆENI ARGUMENTI

Raspravljanje o pojmu sile inercije bilo je neposredan povod Boškovićevu razmatranju o jednostavnosti pravca u završnici rasprave *De maris aestu.* [1] Bošković nije prihvaćao postavku da je između beskonačno mnogo mogućih gibanja pravocrtno gibanje jedino koje tijelo postavljeno u beskonačni prazni prostor mora održavati ili steći. Još šire, nije prihvaćao apriornu, već aposteriornu formulaciju prvoga Newtonova aksioma gibanja, spoznatljivu "samo iz opažanja i eksperimenata" [2], a osobito nije prihvaćao Eulerov argument za inerciju tijela u vakuumu zbog pozivanja na princip dovoljnog razloga. Pa kao što je problematizirao apsolutni karakter pravocrtnog gibanja, tako je problematizirao i karakter pravca kao pripadne putanje takva gibanja. To je potpuno u skladu s aristotelovskim izvorištem o istovrsnom ustrojstvu puta, gibanja i vremena kao neprekinutih veličina:

---

1. R. BOŠKOVIĆ, *De maris aestu* (=MAe), Romae 1747, HAD R 547/4, nn. 90–98, pp. 45–48. Ž. Marković u iscrpnom je prikazu problema koje dotiče rasprava *De maris aestu* prvi uočio Boškovićevu „diskusiju o tobožnjoj jednostavnosti pravca" i upozorio na razvoj te ideje u kasnijim Boškovićevim djelima, cfr. Ž. MARKOVIĆ, *Ruđe Bošković I,* Zagreb 1968, pp. 137–138, 201–202. I V. Varićaku poznato je da se Bošković bavi „teškoćama koje su u pojmu pravca", ali isključivo na temelju istraživanja *Dissertationis de lumine pars prima*, Romae 1748, te dodataka Stayevu spjevu *Philosophiae recentioris tomus I.*, Romae 1755, cfr. V. VARIĆAK, *Matematički rad Boškovićev*, u Rad JAZU 181 (1910), pp. 101–106.

2. „Quod ad vim inertiae pertinet, sive ad determinationem, quam habent corpora perseverandi in eodem statu quietis, vel motus uniformis in directum, id principium nobis innotescit unice ex observationibus, atque experimentis, et ut ajunt, a posteriori.", u MAe, n. 85, p. 42. Bošković je taj stav kasnije izmijenio: „Exclusa hac vis inertiae demonstratione a priori, facile est aliam, quae ab observatione desumitur, ... , pariter excludere.", u R. BOŠKOVIĆ, *De vi inertiae*, u B. STAY, *Philosophiae recentioris tomus I.*, n. 122, p. 366. Tu promjenu u Boškovićevim pogledima nisu poznavali ni najbolji poznavaoci njegova metodičkog mišljenja: A. IGREC, *Problema gnoseologicum in philosophia naturali Rogerii Jos. Boscovich*, Zagreb 1943, pp. 15–18; Ž. MARKOVIĆ, *Ruđe Bošković I*, pp. 134–142; pa ću je nastojati protumačiti nekom drugom prilikom.

onako kako se utemeljuje dužina ili putanja, mora se utemeljiti i kretanje koje se odvija duž te veličine, a onako kako se utemeljuje kretanje, mora se utemeljiti i vrijeme u kojem se kretanje odvija. [3] No Boškovićev govor o problematičnoj jednostavnosti pravca imao je i svoje duboke razloge. Neke je Bošković izrekao, a neke je prešutio te, 1747. godine. Želim ih ovdje rasvijetliti i procijeniti njihove implikacije.

Pravac uključuje pojam beskonačnosti

Boškovićevo razmatranje o jednostavnosti pravca začetak je Boškovićeva proučavanja beskonačnosti u geometriji. Vrijedi navesti početak razmatranja:

> "90. ... Pravac je jedna od beskonačno mnogo crta koje sve, ma kako da se vraćale u same sebe, ma kako da se savijale na sve strane u koliko god smjerova, u samima sebi sve su jednako jednostavne kao pravac. Čini nam se da se sam pravac očituje najjednostavnijom crtom. No prosuđujemo da se pravac očituje najjednostavnijom crtom samo onima koji još nisu prodrli u neke intimne i skrivene tajne i unutrašnje prostore skrovitije i dublje geometrije. Uostalom sâm pravac uključuje neki pojam beskonačnosti, a taj pojam upravo izmiče ljudskom oštroumlju. A čitav predmet zahtijeva i opširniju raspravu koju ostavljamo za naše *Osnove čunjosječnica* koje su već najvećim dijelom priređene i priželjkuju samo zadnju ruku. Tu ćemo, uz mnogo drugoga, objelodaniti čudesna svojstva, čudesnu transformaciju i povezanosti geometrijskih mjesta, te tajne beskonačnosti koje su posve nužne, ako se dopusti beskonačnost, i koje mnogo nadmašuju sve ljudsko shvaćanje. ..." [4]

Tu je u zgusnutu obliku, kao u jezgri, Bošković postavio neka važna pitanja o odnosu jednostavnosti i beskonačnosti. Ponajprije, relativizirao je pojam pravca, kao što je prije toga relativizirao pojam sile inercije u vakuumu. Ustvrdio je da je pravac jednako jednostavan kao i bilo koja krivulja. Po čemu su pravac i bilo koja krivulja jednako jednostavni (*aeque simplices*)? Po svojoj biti (*in se ipsis*). Koje je mjerilo jednake jednostavnosti tu implicite priznato? To može biti samo neprekinutost jer to odgovara i aristotelovskom naslijeđu, i jednako tako i matematičkim znanjima o pojmu funkcije

3. ARISTOTEL, *Fizika VI*, 1–2. Vidi prijevode: ARISTOTELES, *Physikvorlesung*, u Aristoteles Werke 11, hrsg. Hellmut Flashar, Darmstadt 1983, pp. 149–155; O. BECKER, *Grundlagen der Mathematik in geschichtlicher Entwicklung*, Freiburg 1964², pp. 71–75; R. P. HARDIE and R. K. GAYE, *Continuity in the Physics. Appendix A*, u N. KRETZMANN (ed.), *Infinity and continuity in ancient and medieval thought*, Ithaca 1983, pp. 311–318; zatim i moje tumačenje odnosnog teksta: I. MARTINOVIĆ, *Problem neprekinutosti i beskonačnosti kod Ruđera Boškovića*, magistarski rad, Zagreb 1984, pp. 20–21.

4. MAe, n. 90, p. 45.

sredinom 18. stoljeća, a u skladu je s mnogim kasnije objelodanjenim Boškovićevim iskazima.[5]

Prema tome, reći za pravac da je jednako jednostavan kao bilo koja krivulja isto je što i ustvrditi da je jednako složen kao i bilo koja neprekinuta krivulja. Naivnoj predodžbi o jednostavnosti pravca, koja najviše duguje Arhimedu, Bošković suprotstavlja beskonačnost pravca, a ona se očituje višestruko. No, da bi smisleno mogao govoriti o očitovanjima beskonačnosti u geometriji, on izriče uvjet s kojim ta očitovanja stoje i padaju: "ako se dopusti beskonačnost" (*si Infinitum admittatur*). Pošto se dopusti beskonačnost kao takva, dopuštaju se i njezina geometrijska očitovanja, a ta se očitovanja nazivaju tajnama beskonačnosti (*Infiniti mysteria*) budući da nadilaze ljudska shvaćanja, ali su, unatoč takvu određenju, podložna dokazivanju jer nužno slijede iz polazne pretpostavke.

Pravac očituje pojam beskonačnosti na dva različita načina: neomeđenošću i izborom prikladnih geometrijskih transformacija.

"Pravac se po svojoj naravi pruža na obje strane u beskonačnost i nema nijedne granice."[6] Tu Bošković istupa sa zanimljivom poredbom: tko bi pretpostavio da je pravac omeđen (*terminatam*), uzimao bi zapravo tek njegov odsječak, na isti način kao kad bi onaj što bi uzimao kružni luk, uzimao tek odsječak kružnog oboda. Očito, tu je kružni luk shvaćen u cjelini beskonačnoga ponavljanja, kao crta koja se beskonačno mnogo puta vraća u samu sebe[7], i to Boškovića upućuje da potraži geometrijsku transformaciju koja bi omogućila da se doista na isti način (*eodem prorsus pacto*) govori o pravcu.

Evo ključne Boškovićeve tvrdnje: "Sam beskonačni pravac na neki je način poput nekog oboda beskonačnoga kruga, koji se obod u onoj beskonačnoj udaljenosti nekako vraća u sama sebe i kao da se spaja."[8] Obilna i dosljedna upotreba jezika poredbe, specifičnog *veluti*–jezika, upućuje na neodređenost u izražavanju o beskonačnosti. Bošković se primjerima bori protiv neodređenosti koju sadrži ta njegova tvrdnja i potvrđuje takav posebni način izražavanja. Da bi potkrijepio tvrdnju, on proučava dva geometrijska primjera.

U prvom primjeru (sl. 1) uoči se neki krug i jedna njegova proizvoljna tetiva. Zatim se promatra transformacija u kojoj se manji kružni luk pri-

---

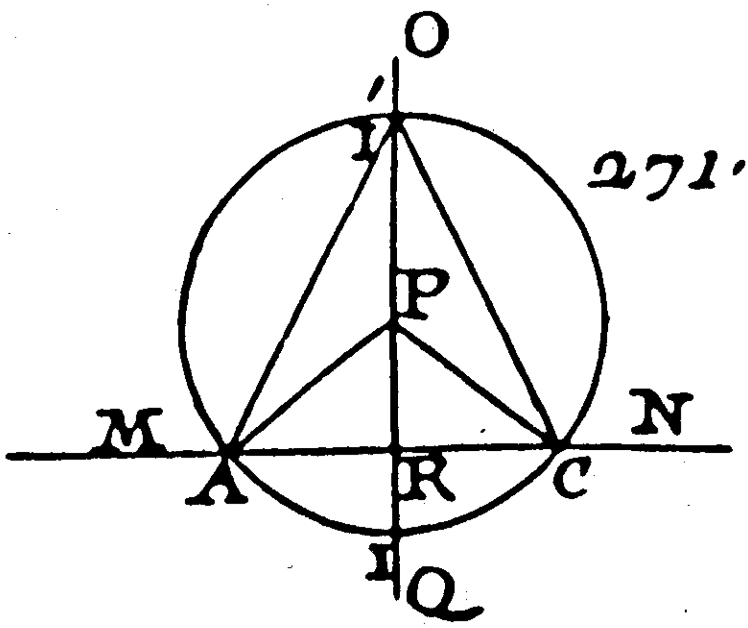
5. Primjerice, rubni naslov „Legis simplicitas exprimibilis per continuam curvam.", u R. BOŠKOVIĆ, *Theoria philosophiae naturalis*, Venetiis 1763², n. 11, p. 6.

6. „In primis Recta linea natura sua utrinque in infinitum excurrit, nec ullos limites habet.", u MAe, n. 90, p. 45.

7. Primjer takva poimanja kružnog luka susreće se i kasnije u Boškovićevoj analizi trisekcije kuta, u R. BOŠKOVIĆ, *De continuitatis lege*, Romae 1754, nn. 55–58, pp. 24–26. Cfr. E. STIPANIĆ, *Naučni i istorijski komentar*, u R. BOŠKOVIĆ, *O zakonu kontinuiteta i njegovim posledicama u odnosu na osnovne elemente materije i njihove sile*, Beograd 1975, pp. 121–123.

8. „Porro linea ipsa recta infinita, est quodammodo veluti quaedam infiniti circuli peripheria, quae in infinita illa distatia quodammodo in se ipsam redit, et velut conjungitur, ...", u MAe, 1. c.

bližava tetivi a da tetiva ostaje stalna, s fiksiranim krajnjim točkama: krug se povećava, središte se kruga udaljava od tetive jednako kao i polovište većeg luka. U trenutku kada manji luk prijeđe u tetivu, dakle, u konačnu dužinu, krug postaje beskonačan, središte kruga odlazi u beskonačnost, preostali veći luk prelazi u produžetke tetive koji se s obiju strana nastavljaju u beskonačnost, a polovište većeg luka nalazi se "u onoj beskonačnoj, nama posve nepoznatoj udaljenosti" (*in illa infinita nobis prorsus incognita distantia*) [9] gdje se nekako povezuju i spajaju ona dva produžetka tetive.



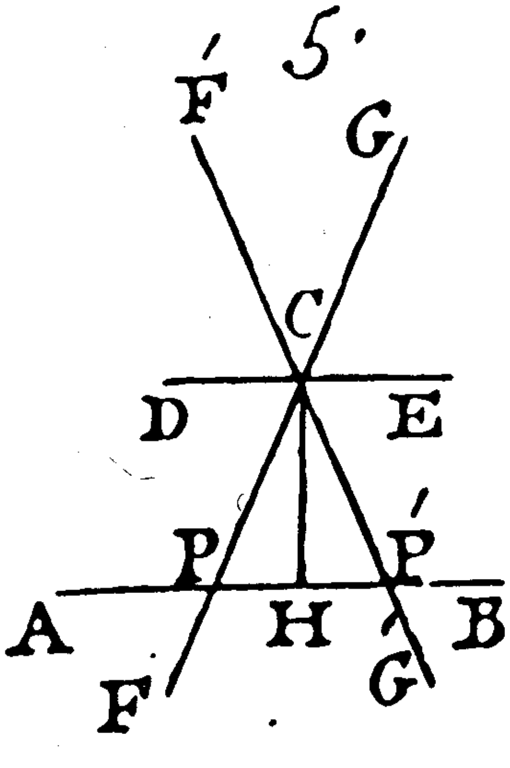
Sl. 1 Transformacija kružnice AICI' uz stalnu tetivu AC

Tu neshvatljivu svezu u beskonačnoj udaljenosti, tu neprozirnu točku beskonačnosti čini zornijom drugi primjer s pomičnim pravcem (sl. 2). Uoči se jedan nepokretan pravac i proizvoljna fiksna točka izvan njega. Točkom se povuče drugi pravac koji se neprestance okreće oko te točke i neprestance presijeca nepokretni pravac. Promatra se gibanje sjecišta nepokretnoga i pomičnog pravca počevši od trenutka kada je pomični pravac bio okomit na nepokretni. Kako nagib raste, sjecište se sve više udaljava od početnoga položaja, i iščezava u beskonačnosti kada pomični pravac postane usporedan nepokretnome. No, čim pomični pravac nastavi okretanje, sjecište se vraća iz beskonačne udaljenosti s protivne strane "kao da se u onoj beskonačnoj udaljenosti spojila beskonačnost u koju je bila otišla s protivnom beskonačnošću iz koje se vraća". [10] Može se, dakle, pojmiti kako

9. MAe, n. 91, p. 46.

10. „tanquam si Infinitum, in quod abierat, cum Infinito opposito, ex quo regreditur in infinita illa distantia conjungeretur;", u MAe, n. 92, p. 46.

nastaje "jedinstveno beskonačno, ali neprekinuto geometrijsko mjesto" (*unicum infinitum quidem, sed continuum geometricum locum*). [11] Za vrijeme pojedinog okretanja pomičnoga pravca sjecište dvaput prelazi cijelim nepokretnim beskonačnim pravcem i dvaput prolazi kroz beskonačnost. Nastaje li tada skok? "Činilo bi se da ondje postoji neki beskonačni skok, ali skok izostaje ako se onaj posve neinteligibilni spoj beskonačne udaljenosti zamisli na koji mu drago način." [12] Skoka, dakle, nema ako se postulira neprekinutost, a neprekinutost vrijedi postulirati osobito zbog toga što "ideja beskonačne crte koja se vraća u samu sebe služi da se međusobno usporede geometrijska mjesta, štoviše, služi da se shvati i odredi neka uniformnost i općenitost svih svojstava za čunjosječnice". [13] Boškovićevo poimanje pravca plodno se uključuje u model u sklopu kojeg se jedinstveno razmatraju čunjosječnice i njihove međusobne transformacije, kako je to Bošković već bio proveo u djelu *Sectionum conicarum elementa,* trećem svesku svojega matematičkog udžbenika, budući da je u vrijeme nastanka rasprave *De maris aestu*, u proljeće god. 1747., taj svezak zahtijevao samo završnu redakciju. [14]



Sl. 2 Transformacija s pomičnim pravcem FG

11. MAe, 1. c.

12. „Videbitur ibi saltus quidam infinitus haberi; sed saltus esse desinet; si haec prorsus inintelligibilis conjunctio infinitae distantiae, quocunque demum pacto concipiatur.", u MAe, 1. c.

13. „Incredibile dictu est, quam haec infinitae lineae in se redeuntis idea quaedam, comparandis inter se geometricis locis inserviat, et potissimum Conicarum Sectionum uniformitati cuidam, et proprietatum omnium generalitati intelligendae, ac determinandae inserviat.", u MAe, 1. c.

14. MAe, n. 90, p. 45.

Taj se model posve općenito proširuje na geometrijske krivulje promatrane u ukupnosti njihovih međusobnih transformacija, uključujući i područje na kojem se očituje beskonačnost.

Tvrdnja o pravcu kao o beskonačnoj kružnici potječe iz učenja Nikole Kuzanskog (*coincidentia oppositorum*) i zajednički je poklad renesansnih neoplatoničara:

> "Recite mi: što je pravcu različnije od kruga? Što je pravome oprečnije od svinutoga? Ipak, oni se u principu i u najmanjem poklapaju; jer – kako je prekrasno zapazio Cusanus, otkrivač najljepših tajni geometrije – kakvu razliku možeš pronaći između najmanjeg luka i najmanje ravne niti? Osim toga u najvećem: kakvu razliku možeš pronaći između beskonačnoga kruga i pravca? Zar ne opažate kako se zakrivljenost kruga, što on više raste, sve više približava pravcu?" [15]

Bošković preuzima tu neoplatonističku tekovinu a da se ne poziva na njezin izvor: Kuzanski, Petrić, Bruno ili tko drugi. Doduše, on ide i dalje s obzirom na izvornu neoplatonističku tvrnju jer ga ne zadovoljava tvrdnja kao ishod prethodnoga filozofskog uvjerenja, kako se to događa u slučaju učenja *coincidentia oppositorum,* nego tvrdnja kao ishod geometrijske transformacije koja sadrži fenomenološki opis onoga što se zbiva u samoj beskonačnosti: svojevrsno vraćanje i spajanje.

Istražujući analogiju kružnice i pravca, Bošković jasno uviđa da se teškoće koje se pojavljuju prilikom beskonačnog vraćanja pravca u sama sebe (*recessus infinitus rectae lineae*) ne susreću ni kod kruga, ni kod bilo koje zatvorene krivulje. Boškovićev stav "sam pak krug beskonačnim se okretajima vraća u sama sebe nemajući ni početka ni kraja"[16] asocira na glasovitu Aristotelovu primjedbu, prema kojoj je prsten bez kamena primjer beskonačnosti u prenesenom, ali ne i u istinskom smislu. [17] Kružnica ne zadovoljava Aristotelove zahtjeve za istinsku beskonačnost: 1) beskonačno nije ono što nema ništa izvan sebe, nego upravo ono koje uvijek iznova ima *nešto* izvan sebe, odnosno, što se tiče kvantitete, ono se ne može nikada tako obuhvatiti da ne bi izvan sebe imalo još *više*; 2) to nešto ili to više uvijek je *drugo*, odnosno nije dopušten povratak na isto. Ako se, u slučaju prstena, poslije svake točke dospijeva do točke koja se može prijeći i tako nastavi napredovanje, to se ne može učiniti a da se u napredovanju ne naiđe na već prijeđenu točku. To osnažuje Boškovićev zaključak: "Stoga, ako se stvar valjano razmotri, radije se mora smatrati da je kružno gibanje jednostavnije od pravocrtnog, a krug i bilo koja krivulja koja se kružno vraća jednostavnija je od samog pravca." [18]

---

15. G. BRUNO, *De la causa, principio e uno*, peti dijalog, u V. FILIPOVIĆ, *Filozofija renesanse*, Zagreb 1978², p. 287.

16. „Ipse quidem circulus infinitis rotationibus in se ipsum regreditur, nec originem habens, nec terminum:", u MAe, n. 94, p. 47.

17. ARISTOTEL, *Fizika III*, 6, 207 a 1 – 207 a 10. Cfr. ARISTOTELES, *Physikvorlesung*, p. 77.

18. „Quamobrem si res rite consideretur, simplicior potius videri debet circularis

Zadovoljava li Boškovićev pravac–beskonačna kružnica Aristotelove zahtjeve za istinsku beskonačnost? U kojem je smislu pravac shvaćen kao beskonačna kružnica i beskonačan za Boškovića? On je najprije beskonačan u prenesenom smislu kako je beskonačna *svaka* kružnica, naime, u smislu da se beskonačno mnogo puta vraća u samu sebe. Nadalje, pravac je beskonačan u pravom smislu, naime, onako kako je beskonačna *samo* beskonačna kružnica: po beskonačnom polumjeru, nepostojećem središtu, zahvaćanju beskonačnog prostora, a da se pritom sačuvao proces beskonačno mnogo puta ponavljanog vraćanja u sama sebe, koji proces baš ništa ne govori u prilog istinske beskonačnosti. Tom je analogijom otvoren put prema sustavu transformacija ako ga znamo dosljedno izgraditi u skladu s osnovnim opisom pravca koji uključuje ovakav pojam beskonačnosti.

I, doista, dok se tvrdnja o pravcu kao beskonačnoj kružnici u raspravi *De maris aestu* spominje prvi put, u raspravi *De transformatione locorum geometricorum*, koju je Bošković nagovijestio upravo u ovomu svojem razmatranju o jednostavnosti pravca, ona postaje kanonom teorije transformacija geometrijskih mjesta:

> "858. Kanon 10. Ako polumjer kruga odlazi u beskonačnost tako da, ako i opstaje jedna krajnja točka [polumjera], središta baš nigdje ne bude, obod kruga prelazi u pravac. I obrnuto, pravac treba smatrati obodom beskonačnoga kruga."[19]

I navedena dva primjera ponavljaju se u kasnijim raspravama. Odatle i preuzimam crteže, budući da rasprava *De maris aestu* sadrži samo njihov tekstualni opis.[20] Te transformacije postaju tada dokazna građa teorije geometrijskih transformacija i sastavni dio istraživanja naravi geometrijske neprekinutosti.[21] Njima se pridružuju i nove predodžbe koje govore u prilog Boškovićevu poimanju pravca. Prevladavajući neoplatonistička i uzimajući u obzir izvorna Aristotelova shvaćanja, Bošković generira transformacije kružnice u beskonačnu pravčastu petlju kao način operacionalizacije prolaska kroz beskonačnost u geometriji. Kad Guérindon i Dieudonné o Ponceletovu uvođenju beskonačno dalekih i imaginarnih točaka u god. 1822. kažu: „Čini se da je Poncelet bio prvi koji je na ovaj način (istovrsnošću svih neizrođenih presjeka stošca) otkrio osnovu za posebni način postupanja s kružnicom i

---

motus, quam rectilineus, et circulus, ac curva quaevis, quae in orbem redeat, recta ipsa simplicior.", u MAe, n. 94, p. 47.

19. R. BOŠKOVIĆ, *De transformatione locorum geometricorum*, u *Elementorum universae matheseos tomus III.*, Romae 1754, n. 858, p. 442.

20. Prvi je primjer ilustriran u R. BOŠKOVIĆ, *De transformatione locorum geometricorum*, fig. 271, a drugi u R. BOŠKOVIĆ, *De continuitatis lege*, Romae 1754, fig. 5.

21. R. BOŠKOVIĆ, *De transformatione locorum geometricorum*, nn. 722–730, pp. 333–339; nn. 859–861, pp. 442–443; R. BOŠKOVIĆ, *De continuitatis lege*, nn. 59–62, pp. 26–28. O Boškovićevu istraživanju naravi geometrijske neprekinutosti cfr. E. STIPANIĆ, *Naučni i istorijski komentar* u R. BOŠKOVIĆ, *O zakonu kontinuiteta*, pp. 123–125.

stošcem"[22], oni ne znaju da među preteče projektivne geometrije treba ubrojiti i Ruđera Boškovića koji je ideje o istovrsnoj strukturi pravca i kružnice počeo razvijati već god. 1747., a sistematski ih izložio u raspravi *De transformatione locorum geometricorum* god. 1754.

Pravocrtnost nije jedina mjera za određivanje položaja

Druga Boškovićeva kritička ocjena [23] tiče se ideje da se kružnica ili bilo koja druga krivulja sastoji "od pravih crtica" (*e rectis lineolis*). Tu ideju pokreće na prirodan način "najljepše svojstvo pravocrtnog odsječka" kongruencija koja se ostvaruje neposrednim podudaranjem dvaju segmenata kad se oni polože jedan na drugi. Kongruencija, zajedno s Euklidovim aksiomima o jednakosti veličina, omogućuje da se pravocrtnost shvati kao mjerilo s obzirom na koje ćemo krivulje što se više udaljuju od pravca smatrati i nazivati složenijima. "Pravocrtnost nam služi kao neka mjera, kao neka jedinica, s kojom uspoređujemo ostale načine položaja." [24]

No polazna je pretpostavka u svojoj osnovi pogrešna. Zamjena vrlo malog luka bilo koje krivulje ma kako malom crtom nije dopuštena. Općenito se može dokazati, tvrdi Bošković, da nijedan neprekinuti luk bilo koje krivulje i ma kako neznatan bio nije niti može biti sukladan ni maloj crti, ni luku neke druge neprekinute krivulje. I to pokazuje da je proizvoljna neprekinuta krivulja, – a u ovom se Boškovićevu obrazloženju izričito spominje neprekinutost kao svojstvo promatrane krivulje – jednako jednostavna kao pravac. Boškovićev zaključak podjednako se tiče filozofskog učenja *coincidentia oppositorum* kako se ono izražava u najmanjem i na geometrijskoj metodi ekshaustije.

Zatim slijedi važan hipotetički zaključak Ruđera Boškovića: "Ako bi slučajno koja porodica stvorenih krivulja bliže odmjeravala drugu vrstu krivulja, ta bi im porodica zaista poslužila za mjeru ili za jedinicu. Prema njima bi se ocjenjivale, s njima bi se uspoređivale, iz njihovih svojstava određivale bi se druge krivulje i sam pravac. I sami pravocrtni beskonačno mali odsječci jamačno bi se zamijenili odsječcima tih krivulja." [25] Pomišljanjem mogućnosti da se pravac aproksimira još neotkrivenom porodicom

22. J. GUÉRIDON, J. DIEUDONNÉ, *Algebra und Geometrie bis zum Jahre 1840*, u J. DIEUDONNÉ, *Geschichte der Mathematik. Ein Abriss*, Braunschweig 1985, p. 86.

23. MAe, nn. 95–96, pp. 47–48.

24. „Rectitudo est nobis quaedam velut mensura, quaedam velut unitas, cum qua caeteros positionis modos comparamus.", u MAe, n. 95, p. 47.

25. „Hinc si quod forte Creaturarum genus aliam curvarum speciem intimius perspiceret; id sane iis pro mensura, vel pro unitate, quadam usum, ad eas exigeret, cum iis compararet, et ex earum proprietatibus aestimaret curvas alias, et ipsam rectam: ac rectae ipsius segmentis infinite parvis earum videlicet curvarum segmenta substitueret.", u MAe, n. 96, p. 48.

krivulja još je jednom dovedeno u pitanje klasično poimanje pravca kao najjednostavnije krivulje. Ujedno je stvoren model za razvijanje teorije aproksimacija, u kojoj se prvotno moraju ustanoviti metode za "bliže odmjeravanje" u odnosu prema arhimedovskom dokazu ekshaustijom, a zatim i potražiti konkretna porodica krivulja, kao što su, primjerice, Fourierovi polinomi za neprekinutu periodičnu funkciju.

U matematičkim krugovima 18. stoljeća takvo rješenje tek se počelo naslućivati. [26] Euler je god. 1750. tvrdio da se neprekidna funkcija s periodom 2T da prikazati kao zbroj trigonometrijskog reda, premda tvrdnju nije i dokazao, a Daniel je Bernoulli god. 1772. izračunao prve zbrojeve trigonometrijskih redova. Bošković je, međutim, vrlo jasno formulirao problem, ali ga ovom prilikom nije nastojao riješiti. Zadovoljio se osporavanjem jednostavnosti pravca.

Implikacije Boškovićeve argumentacije u mehanici

Na temelju aristotelovskog poimanja puta, gibanja i vremena kao neprekinutih veličina Bošković je iznesenu geometrijsku argumentaciju transformirao u kinematičku. Prvi Boškovićev razlog odnosi se na jednoliko gibanje po pravcu, a on se pritom služi dokazom *a contrario*.[27] Ako se zamisli jednoliko gibanje po pravcu *(motum in recta linea uniformiter continuatum)*, što bi bilo kada u tom gibanju ne bi postojao prijelaz kroz beskonačnost (*transitus per Infinitum*)? Nepostojanje prijelaza kroz beskonačnost značilo bi postojanje prekida, makar i jednog i bez obzria na to gdje se on zbio. Zato se zamišlja beskonačna protežnost samoga pravca (*infinitam rectae ipsius lineae extensionem*) koja se nigdje ne prekida, čak ni u beskonačnosti. U tom slučaju gibanje koje je po svojoj definiciji zamišljeno kao ono koje se uvijek iznova nastavlja može se doista uvijek nastaviti. Bošković je tu vrlo suptilno izbjegao tvrdnju o aktualnoj beskonačnosti pravca. Riječ je samo o postuliranju neprekinutosti pravca svagdje, pa i u beskonačnosti.

Iz iste aristotelovske pozadine slijedi još jedan zahtjev: ukoliko bi se gibanje negdje prekidalo, trebalo bi odrediti onu točku vremena u kojoj bi se gibanje moralo prekinuti, dakle, trebalo bi odrediti trenutak u kojem vrijeme prestaje teći. A vrijeme je prije toga definirano kao neprekidno. Dakle, još jednom: jednoliko gibanje po pravcu nigdje se ne prekida.

Drugi Boškovićeg razlog potaknut je ispitivanjem što se zbiva s tijelom koje se giba po proizvoljnoj krivulji „ako prestane djelovanje vanjske sile" (*cessante actione externa*).[28] Tijelo nastavlja gibanje po tangenti, dakle po pravcu, a taj zaključak Bošković preispituje upravo iz perspektive prethodno-

26. J. DIEUDONNÉ, *Geschichte der Mathematik*, pp. 29–31, 564–568.
27. MAe, n. 93, pp. 46–47.
28. MAe, nn. 97–98, p. 48.

ga stava da pravocrtnost nije jedina mjera za određivanje položaja. Mjesto da pravac bude „neki nastavak krivocrtnog beskonačno malog luka" (*quaedam continuatio arcus curvilinei infinite parvi*), zar nije logičnije da to bude luk kružnice oskulacije koji se zadanoj putanji u trenutku prestanka djelovanja vanjske sile priljubljuje beskonačno mnogo puta više nego tangenta, ali nikad tako da se s njom potpuno podudara.[29] Svakako, prelaskom sa zadanog krivocrtnog na pravocrtno gibanje događa se veći skok nego u slučaju prelaska na gibanje po kružnici oskulacije, ali se on događa po *zakonu prirode*, koji unatoč svojoj proizvoljnosti (*lex arbitraria*), i, u krajnjoj posljedici, unatoč slobodnu Tvorčevu izboru za baš takav zakon, ne unosi razlikovanje među gibanjima kao takvima (*in se*). To znači da Bošković i dalje ustraje pri tvrdnji da je stanje gibanja po pravcu jedno od stanja tijela kao što su to i stanja gibanja po bilo kojoj krivulji.[30]

Prešućeni argument: jednostavnost Boškovićeve krivulje sila

Da bi zanijekao uvriježenu jednostavnost pravca i da bi ustvrdio kako je pravac jednako jednostavan kao bilo koja neprekinuta krivulja ili čak manje jednostavan od bilo koje zatvorene krivulje, Bošković je upotrijebio obilnu argumentaciju. Zašto je obrazlagao s tolikom upornošću, zašto je posegnuo za geometrijskim transformacijama i mehaničkim problemima? Što je uistinu bio razlog takva Boškovićeva postupka? Tko zna koliko je Bošković njegovao konzistentnost i logičnost zaključivanja u svojim istraživanjima prirode, mora potražiti objašnjenje upravo u toj konzistentnosti. Tu se krije važan argument koji je Bošković već tada mogao izreći, ali ga te, 1747. godine, nije upotrijebio kao što ga je kasnije znao upotrijebiti. Taj se argument tiče Boškovićeve neprekinute krivulje sila s pomoću koje je Bošković, uz prikladno obrazlaganje i konkretizacije njezina toka, utemeljio svoju izvornu teoriju prirode i reinterpretirao cjelokupno dotadašnje znanje o fizičkim pojavama.

Dvije godine prije u raspravi *De viribus vivis*[31] Bošković je iz analogije i jednostavnosti prirode deducirao zakon neprekinutosti kao obvezujući princip u prirodi. Zatim je služeći se principom neprekinutosti oblikovao neprekinutu krivulju sila (*lex virium*) kao neposredni izraz djelovanja sila u prirodi. Proces oblikovanja krivulje tekao je usporedo s tumačenjem odabranih fizičkih fenomena. Tako Newtonova gravitacija odgovara privlačnom luku, neprobojnost i protežnost izražavaju djelovanje Boškovićeve odbojne sile pa nastaje krivulja koja ujedinjuje djelovanje Newtonove i Boškovićeve sile, a otpor

29. To pitanje Bošković je proučavao u svojoj prvoj matematičkoj raspravi *De circulis osculatoribus*, Romae 1740, nn. 16–20, pp. 9–12.

30. „Status movendi per rectam lineam, est unus e corporis statibus, ut sunt status movendi per curvam lineam quamcunque.", u MAe, n. 98, p. 48.

31. R. BOŠKOVIĆ, *De viribus vivis*, Romae 1745, nn. 40–56, pp. 31–42. Cfr. I. MARTINOVIĆ, *Problem neprekinutosti i beskonačnosti kod Ruđera Boškovića*, pp. 114–125.

djelovanju vanjske sile kod čestica fluida, elastičnih i mekih tijela, kao i kod niti uvjetuje naizmjenično savijanje krivulje s presijecanjem apscise najprije u dvjema, a zatim u koliko god točaka. Time krivulja poprima svoj temeljni oblik, pa, iako ostaje neodređena kako bi se konkretizacijama njezina toka mogle protumačiti sve poznate fizičke pojave, ona u isti mah ostaje uvijek neprekinuta. Ako, dakle, dedukcija vodi od općeg principa jednostavnosti do neprekinute krivulje, onda to znači samo jedno: taj je krivulja jednostavna. Prema tome, kada Bošković preispituje jednostavnost pravca i tvrdi da je on jednako jednostavan kao bilo koja neprekinuta krivulja, on time tvrdi jednostavnost svoje naprekinute krivulje sila! A taj zaključak potvrđuje sam Bošković u kasnijim djelima.[32]

Zaključak

Boškovićev prijepor o jednostavnosti pravca, pokrenut god. 1747. u završnici rasprave *De maris aestu*, sadrži dalekosežne zaključke:

1. Tvrdnjom da su pravac i bilo koja krivulja jednako jednostavni Bošković implicite priznaje da je neprekinutost bitnije svojstvo geometrijskih mjesta od njihove pravocrtnosti i krivocrtnosti.

2. Protiv uobičajene predodžbe o jednostavnosti pravca govori i beskonačnost koja je uključena u pojam pravca. O beskonačnosti u geometriji može se smisleno govoriti samo ako se prije toga dopusti beskonačnost kao takva u izvornome filozofskom značenju.

3. Beskonačnost pravca očituje se u njegovoj neomeđenosti, a značenje neomeđenosti treba potražiti u analogiji pravca i bilo koje krivulje koja se vraća u samu sebe.

4. Pravac se može pojmiti kao obod beskonačnog kruga i ta zamisao neoplatonističkog podrijetla, potvržena dvama geometrijskim primjerima, također očituje beskonačnost pravca.

5. Transformacije kružnice u pravac i, općenito, međusobne transformacije geometrijskih mjesta omogućuju da se po analogiji operacionalizira prolazak ili prijelaz kroz beskonačnost u geometriji. Time se Bošković usmjeruje prema izgradnji teorije transformacija geometrijskih mjesta, objavljene god. 1754.

6. Bilo kako mali neprekinuti luk neke krivulje nije kongruentan bilo kako maloj crti. Pravocrtnost ne može poslužiti kao mjera za određivanje položaja ili za prikazivanje krivulja, pa i to potvrđuje da pravac nije jednostavniji od bilo koje krivulje. Tu Bošković predlaže kako bi se mogla izgraditi jedna teorija aproksimacija: mogla bi se potražiti porodica krivulja koja bi poslužila za mjeru ili jedinicu svim drugim neprekinutim krivuljama na bitno drukčiji način od pravih crtica i metode ekshaustije.

32. Vidi bilj. 5 ovog rada.

7. Put, gibanje i vrijeme u izvornom su Aristotelovu poimanju neprekinute veličine iste strukture. No prijelaz s geometrijske argumentacije o pravcu prema mehaničkoj argumentaciji o jednolikom gibanju po pravcu ne ide bez teškoća. Ondje gdje se pojavljuje teškoća Bošković se poziva na filozofsko ili teološko obrazloženje: filozofski pojam gibanja u sebi i Tvorčev slobodni izbor da odredi baš takav zakon prirode kakav poznajemo.

Bošković ne navodi obrazloženje koje se tiče njegova zakona sila iz rasprave *De viribus vivis* (1745.), a time i početka izgradnje njegove teorije prirodne filozofije: ako je iz općeg principa jednostavnosti izveo neprekinutu krivulju sila, onda mora zaključiti da je upravo takva krivulja jednostavna. To pak ponovno znači raskid s euklidskom i arhimedovskom predodžbom o povlaštenoj jednostavnosti pravca.

Prijepor o jednostavnosti pravca Bošković je razmatrao i kasnije: u raspravama *De transformatione locorum geometricorum* (1754.) i *De continuitatis lege* ((1754.), u dodacima Stayeve *Philosophiae recentioris tomus I.* (1755.) i u svojem najvažnijem djelu *Theoria philosophiae naturalis* (1758., 1763.). Ostaje da se istraži kako je u tim radovima razvijao i obogaćivao svoju argumentaciju protiv jednostavnosti pravca.

BOŠKOVIĆ'S CONTROVERSY ON THE SIMPLICITY OF STRAIGHT LINE FROM THE YEAR 1747: UTTERED AND OMITED ARGUMENTS

Summary

Bošković's controversy on the simplicity of straight line, wich started in the year 1747 at the end of his treatise *De maris aestu*, contains far–reaching conclusions:

1) With the assertion that the straight line and any curve are equally simple Bošković implicitly recognizes that the continuity is a more essential property of geometrical loci than their rectilinearity and curvilinearity.

2) Against the customary conception about the simplicity of straight line is also the infinity which is included in the conception of straight line. One can speak meaningfully about infinity in geometry only if one allows previously infinity as such in its original philosophical meaning.

3) The infinity of straight line manifests itself in its interminity, and the meaning of interminity one should seek in the analogy of straight line and of any curve which is returning in itself.

4) The straight line can be comprehended as the circumference of the infinite circle and this thought of Neoplatonic origin, confirmed with two geometrical examples, also manifests the infinity of straight line.

5) Transformations of the circle into the straight line and, generally, reciprocal transformations of geometrical loci make it possible, by the same analogy, to operate the transition through infinity in geometry. With this Bošković orientates himself towards building the theory of the transformations of geometrical loci, published in the year 1754.

6) Whichever small continuous arcus of a curve is not congruent to whichever small line. Rectilinearity cannot serve as a measure in order to determine the position or in order to represent the curves and even this shows that the straight line is not simpler of whichever curve. Bošković suggests here how one could build a theory of approximations: one could try to find a family of curves which would serve as a measure or unit for all the other continuous curves in an essentially other way than in rectilinearity or in the method of exhaustion.

7) Magnitude, motion and time are continuous isomorphic quantities in Aristotle's original concept. But the transition from the geometric argumentation about the uniform rectilinear motion of the straight line towards the mechanical argumentation about the uniform motion in straight line does not go on without difficulties. Where the difficulty appears Bošković appeals to a philosophical or a theological explanation: the philosophical concept of motion in itself and the free choice of the Creator to define exactly such a law of nature as we know it.

Boškoviš does not quote the explanation pertinent to his law of forces from the treatise *De viribus vivis* (1745), and so to the beginning of the construction of his theory of natural philosophy: if he had deduced the continuous curve of forces from the general principle of simplicity, then he must conclude that exactly such a curve is simple. And this means again a break with the Euclidean and Archimedean concept about the privileged simplicity of the straight line.

Even later on Bošković discussed the controversy on the simplicity of straight line in his treatises *De transformatione locorum geometricorum* (1754) and *De continuitatis lege* (1754), in the supplements Stay's *Philosophiae recentioris tomus I.* (1755) and in his main work *Theoria philosophiae naturalis* (1758, 1763). It remains to enquire how he developed in these works and how he enriched gradually his argumentation against the simplicity of straight line.